

Biz şimdiye kadar neredeyse her şeyi bir sayıya eşitledik. Denklemlerde x 'i aradık yalnız bı-raktık değerini bulduk. Doğrulara sıralı ikilileri bulmak için birine bir değer verip diğerinin eşiti bulduk.

Ama gündelik hayatta her şey bu kadar net değil. Mesela ehliyet almak için net bir yaş yok ama 18 yaşına girme şartı var. Peki bunu matematiksel olarak nasıl ifade edeceğiz?

Ehliyet alma yaşını daha detaylı konuşa-lım. 17 yaşında birisi ehliyet alamazken, 18 ya-şında 19 yaşında 20 yaşında ve daha fazla yaşa sahip olanlar ehliyet alabiliyorlar.

Ehliyet alma yaşını temsilen x değişkenini kullandığımızda x değeri 18,19,20,21,... şeklinde listesi uzayıp gider. Hatta yaşların tam olmasına bile gerek yok örneğin 23,5 yaşında olan birisi de ehliyet alabilir.

Bu x değeri 18'den büyük olacaktır. Bunu önceden öğrendiğimiz büyüktür sembolü ile $x > 18$ şeklinde gösterebiliriz. Ama 18'e eşit olma duru-munu nasıl ifade edeceğiz? Bunun için yeni sem-boller oluşturmamız gerekiyordu. Onu oluşturmaşlar bize de öğrenmesi kalmış.

> Büyüktür
< Küçüktür
≥ Büyüktür veya eşittir
≤ Küçüktür veya eşittir

Bu sembollerin isimlerinden daha çok kul-lanılışı önemli. Sembollerin ağzının açık olduğu tarafa büyük olan sayıyı yazarız.

Küçük Sayı < Büyük Sayı
Büyük Sayı > Küçük Sayı

Bunları öğrendiğimize göre şu ehliyet ya-şını tekrar konuşalım. Ehliyet alabilmek için en az 18 yaşında olmak gerekir ifadesini matematik-sel olarak $x \geq 18$ ifadesiyle yazarız.

İçinde $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ sembolleri bulunan mate-matiksel ifadelere **eşitsizlik** denmektedir.

Anaokuluna gitmek için en az 3, en çok 6 yaşında olmak gerekir ifadesini eşitsizlik ile ifade edelim.

$$3 \leq x \leq 6$$

ÖRNEK.....

Aşağıda verilen sözel ifadeleri matematik cümleleri ile ifade edelim.

Eminim matematik sınavından en az 80 alacağım.

$$x \geq 80$$

Ev ile hastane arası mesafe 30 km'den fazladır.

$$x > 30$$

Yarın hava sıcaklığı en az 5 °C, en fazla 14 °C olacak.

$$5 \leq x \leq 14$$

SIRA SENDE.....

Aşağıda verilen sözel ifadeleri eşitsizlik şeklinde ifade ediniz.

Mete'nin misket sayısı 35'ten fazladır.

Cebimde en az 250 TL var.

Her gün en az 100 soru çözüyorum.

Günlük en fazla 50 sayfa kitap okurum.

Gökhan hoca en fazla 35 yaşındadır.

Sınavda en yüksek alan 90, en az alan 54 puan al-mıştır. Diğer öğrencilerin puan dağılımı nasıl olabilir?

Bir sayının 4 fazlasının 2 katı, aynı sayının 3 katının 5 eksiğinden fazladır.

Şişede kalan içecek, her birinin kapasitesi 300 ml olan bardaklardan 6 tanesini tam doldururken yedin-ciyi tam dolduramıyor. Buna göre şişedeki içecek miktarı ne kadardır.

90 dk süren bir sınavın ilk 30 dk ve son 15 dk sınav-dan çıkılması yasaktır. Sınavdan çıkan bir kişinin çı-karken kronometrede göreceği sayıyı ifade eden eşit-sizlik cümlesi nedir?

Ela 20 TL'den ucuz yiyecek bulundurmamayan kantinde günlük 70 TL'den az harcamaktadır. Ela'nın kantinde günlük harcadığı para miktarı ne kadardır?

Eşitsizliklerin Sayı Doğrusunda Gösterimi

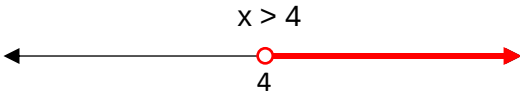
Eşitsizlikler denklem gibi bir sayıya eşit değildir, bir aralığı belirtir. Bu aralıklar bizim çözüm kümemiz olur. Sayı doğrusunda da bu aralıkları belirtiriz.

● $\leq$ ve $\geq$ sembollerini sayı doğrusunda gösterirken sınırların içi dolu olur.

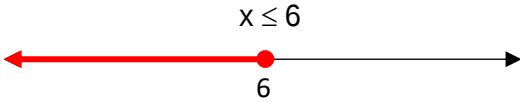
○ $<$ ve $>$ sembollerini sayı doğrusunda gösterirken sınırların içi boş olur.

ÖRNEK.....

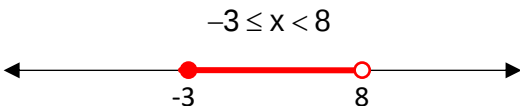
Aşağıda verilen eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösterelim.



Yukarıda verdiğimiz eşitsizlikte sayımızın 4'ten büyük olduğunu görüyoruz ama 4'e eşit değil. Sayı doğrusunda 4'ü içi boş daire ile gösterip büyük olan tarafı yani sağ tarafı boyuyoruz. Bu şekilde eşitsizliği sayı doğrusunda gösteriyoruz.



Bu eşitsizliğimizde sayımız 6'dan küçük ve 6'ya eşit olduğunu görüyoruz. Bu durumda 6'yı içi dolu daire ile gösterip küçük olan tarafı yani sol tarafı boyuyoruz. Bu şekilde bu eşitsizliği sayı doğrusunda gösteriyoruz.



Bu eşitsizliğimizde sayımız -3'e eşit ve -3'ten büyük ama aynı zamanda 8'den küçüktür ama 8'e eşit değildir. Bu durumda -3'ü içi dolu daire ile gösterip 8'i içi boş daire gösteriyoruz. Bu aralıktaki sayıları ifade edebilmek içinde -3 ile 8 arasını boyuyoruz. Bu şekilde bu eşitsizliği sayı doğrusunda göstermiş oluyoruz.

BİR BİLGİ.....

Bu eşitsizliklerin çözüm kümesi sayının dahil olduğu sayı kümesine göre şekillenmektedir. Bir önceki eşitsizliğimizde sayı doğal sayı olsaydı $x: 0,1,2,3,4,5,6,7$ olurdu. Sayı tam sayı olsaydı $x: -3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7$ olurdu. Sayı rasyonel sayı olsaydı burada sonsuz tane cevabımız olurdu.

SIRA SENDE.....

Aşağıda verilen eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösteriniz.

$x > -4$

$x < 12$

$x \leq 3$

$x \geq -1$

$3 < x$

$6 > x$

$-4 \leq x$

$0 \geq x$

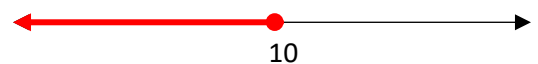
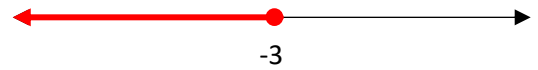
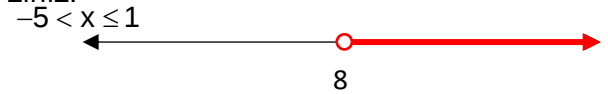
$2 < x < 9$

$-2 \leq x \leq 3$

SIRA SENDE.....

$0 \leq x < 5$

Aşağıda sayı doğrusunda gösterilen eşitsizlikleri yazınız.



ODTÜ KAFASI

GÖKHAN HOCA

SIRA SENDE.....

Aşağıda verilen sözel durumlara uygun eşitsizlik cümlelerini yazıp sayı doğrusunda gösteriniz.

- Hatalı bir baskül gösterge panelinde üzerindeki ağırlığı 3 kilografa kadar az veya 4 kilografa kadar fazla göstermektedir. Bu baskülle tartılan 54 kg ağırlığındaki Buğra'nın gösterge panelinde göreceği değerler neler olur?

- b pozitif bir tam sayıdır.

Eşitsizliklerin Çözümü

Eşitsizlikleri denklem çözer gibi çözmekteyiz.

Denklemlerde olduğu gibi her iki taraf aynı sayıyla toplanabilir ya da çıkarılabilir. Toplananları eşitsizliğin diğer tarafına işaret değiştirerek gönderebiliriz.

Her iki tarafı aynı **pozitif** sayıyla çarpabilir ya da bölebiliriz.

Bir önceki ifade de pozitif kısmını vurguladık. Çünkü aynı **negatif** sayılarla çarpıp böldüğümüzde eşitsizlik sembolü **yön değiştirmesi** gerekiyor. Buna dikkat etmeliyiz. Denklemlerden ayrılan tek noktası bu oluyor.

$2x - 3 < 11$ eşitsizliğinin çözümünü yapalım.

$$2x - 3 < 17$$

$$\frac{2x}{2} < \frac{20}{2}$$

$$x < 10$$

$-4x + 5 \geq -15$ eşitsizliğini çözelim.

$$-4x + 5 \geq -15$$

$$\frac{-4x}{-4} \geq \frac{-20}{-4}$$

$$x \leq 5$$

Negatif sayıya böldüğümüz için eşitsizlik işareti yön değiştirdi. Bunu karıştırmamak için bilinmeyen eşitsizliğin diğer tarafına göndererek işaretini negatiflikten kurtarabiliriz.

$-1 \leq 3x - 4 < 11$ eşitsizliğini çözelim.

$$-1 \leq 3x - 4 < 11 \text{ (Her tarafa 4 ekleyelim)}$$

$$-1 + 4 \leq 3x - 4 + 4 < 11 + 4$$

$$3 \leq 3x < 15 \text{ (Her tarafı 3'e bölelim)}$$

$$\frac{3}{3} \leq \frac{3x}{3} < \frac{15}{3}$$

$$1 \leq x < 5 \text{ (Çözüm aralığımız)}$$

$40 > -5x + 5 \geq 15$ eşitsizliğini çözelim.

$$40 > -5x + 5 \geq 15 \text{ (Her tarafa } -5 \text{ ekleyelim)}$$

$$40 - 5 > -5x + 5 - 5 \geq 15 - 5$$

$$35 > -5x \geq 10 \text{ (Her tarafı } -5 \text{ 'e bölelim)}$$

$$\frac{35}{-5} > \frac{-5x}{-5} \geq \frac{10}{-5}$$

$$-7 < x \leq -2$$

Negatif sayıya böldüğümüz için eşitsizlik işaretleri yön değiştirdi.

SIRA SENDE.....

Aşağıda verilen eşitsizlikleri çözünüz.

$$5x < 30$$

$$-4x - 6 \geq -2$$

$$3 < 2x + 1 \leq 11$$

$$-3 < \frac{x-5}{2} < 2$$

ODTÜ KAFASI

GÖKHAN HOCA



SORULAR

1) Matematik dersinde öğretmenin yapmış olduğu denemede 10 doğru ve üzeri yapanlar başarılı olarak değerlendirilmiştir. Emir bu denemede başarısız olduğuna göre, Emir'in doğru sayılarını temsil eden eşitsizliği yazıp Emir'in doğru sayısının alabileceği en büyük değeri bulunuz.

2) Cebinde 100 TL olan Serhat aşağıda fiyatları gösterilen bisküviden 1 tane alıp kalan parasıyla arkadaşlarına çikolata alacaktır.



Bisküvi 18 TL



Çikolata 12 TL

Buna göre Serhat'ın çikolata vereceği arkadaş sayısı en fazla kaç olur?

3) Aşağıda verilen eşitsizliğe göre x 'in alabileceği en büyük tam sayı değerini bulunuz.

$$4.(2x - 3) < 24$$

4) Efe'nin yaşı Ekrem'in yaşının 3 katının 12 eksigidir. Ekrem, Efe'den büyük olduğuna göre Ekrem'in yaşının alabileceği en büyük tam sayı değeri nedir?

5) Bir dar açının ölçüsü $8x + 2$ ile ifade edildiğine göre x değerinin alabileceği değerlerin sayı doğrusunda gösterimini yapınız.

6) Ev sahibi ev kirasına %30 zam yapmıştır. Kirası 11 000 TL'den az olduğuna göre kirasının son halini ifade eden eşitsizlik cümlesini yazınız.

7) En fazla 640 kg yük taşıyabilen bir yük asansörü ile kütlesi 85 kg olan bir usta kendisiyle beraber kütlesi 20 kg olan paketlerden x tane taşımıştır. Buna göre asansörle tek seferde usta ile beraber kaç koli taşıyabileceğini gösteren eşitsizlik cümlesi nedir?

8) Bir satıcı limonların kilosunu 4 liradan alıp %75 kâr ile satmaktadır. Limonların günlük satış tutarı 2220 TL'den fazla olduğuna göre bu satıcı bir günde en az kaç kilogram limon satmaktadır?

Soruların çözümleri ve cevap anahtarı için yandaki bağlantıyı ziyaret edebilirsiniz.



@odtukafası

